

1 Kinematik

1.1 Geradlinige Bewegung (Translation)

Nach Galilei und Newton gilt in allen Inertialsystemen das Trägheitsgesetz:

Ein Massenkörper verbleibt in geradlinig-gleichförmiger Bewegung, solange keine äusseren Kräfte auf ihn einwirken.

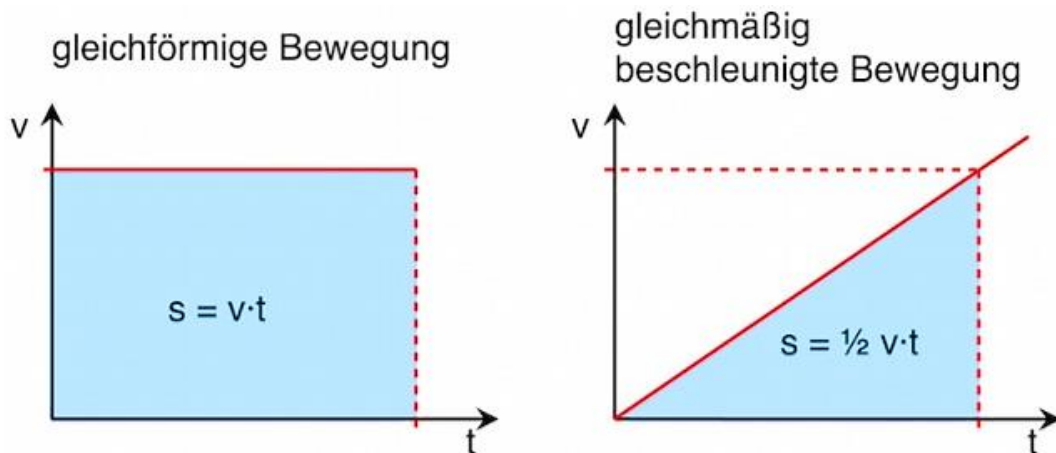


Abb. 1
v,t-Diagramm

Eine während einer Zeitspanne $\Delta t = t_2 - t_1$ erfolgte Geschwindigkeitsänderung $\Delta v = v_2 - v_1$ wird als Beschleunigung (a) bezeichnet. Bei einer positiven Beschleunigung nimmt die Geschwindigkeit zu, bei einer negativen Beschleunigung ab.

Wirft man einen Ball senkrecht in die Luft, so nimmt seine Geschwindigkeit mit zunehmender Höhe ab, um am Umkehrpunkt die Richtung zu ändern; beim Fallen nimmt die Geschwindigkeit zu. Ursache dieses Effektes ist die Schwerkraft resp. Fallbeschleunigung.¹

Geschwindigkeit	Beschleunigung	Weg	
$v = \frac{s}{t}$	$a = \frac{v}{t}$	$s = v \cdot t$	bei gleichförmiger Bewegung
		$s = \frac{1}{2} v \cdot t$	bei gleichmässig beschleunigter Bewegung

v	Geschwindigkeit in m/s
a	Beschleunigung in m/s ²
s	Weg in m
t	Zeit in s

¹ in Erdnähe hat die Fallbeschleunigung den Wert $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$.

1.2 Kreisförmige Bewegung (Rotation)

Bei gleichförmiger Bewegung auf einer Kreisbahn besitzt ein Massenkörper eine konstante Geschwindigkeit, welche jedem Bahnpunkt tangentiell zugeordnet ist.

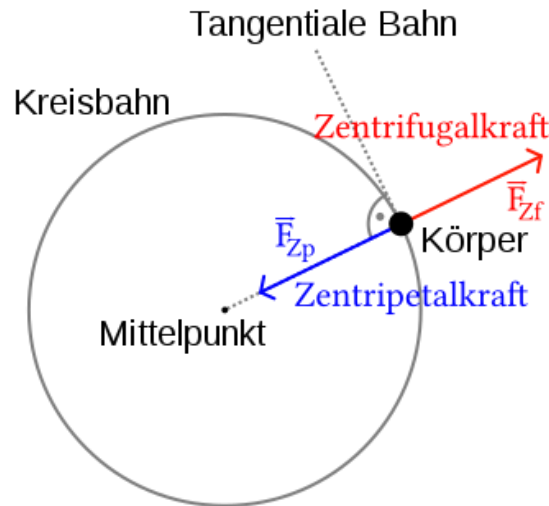


Abb. 2
Kreisbewegung eines Massenpunktes

Auf den Massenkörper wirkt eine radial nach aussen gerichtete Fliehkraft (Zentrifugalkraft), die von einer gleichgrossen Gegenkraft (Zentripetalkraft) begleitet wird. Die Zentrifugalbeschleunigung steht senkrecht auf der Bahngeschwindigkeit.

Bahngeschwindigkeit	Winkelgeschwindigkeit	Zentrifugalkraft
$v = d \cdot \pi \cdot n$	$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$	$F_{zf} = m \cdot a_{zf} = m \cdot \omega^2 \cdot r$
$v = r \cdot \omega$	$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$	
d Kreisdurchmesser in m	ω Winkelgeschwindigkeit in s ⁻¹	
r Radius in m	φ Drehwinkel in Radiant	
n Drehzahl in s ⁻¹	a_{zf} Zentrifugalbeschleunigung in m/s ²	
m Masse in kg		

Wie die Corioliskraft gehört die Zentrifugalkraft zu den Trägheitskräften, welche auch als "Scheinkräfte" bezeichnet werden. Ungeachtet dessen kennen wir reale Nutzungen solcher Kräfte (z.B. beim Fliehkraftregler oder bei der Erzeugung künstlicher Schwerfelder).

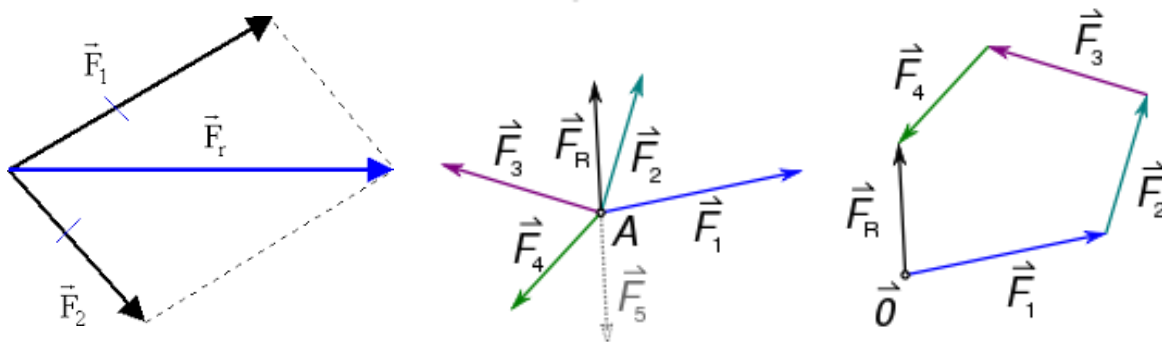
2 Vektoren

Als *Vektoren* bezeichnen wir physikalische Grössen, die durch Betrag (Zahl) und Richtung (Orientierung in der Ebene oder im Raum) ausgezeichnet sind (z.B. Kraft, Weg, Stromdichte, elektrische Feldstärke). Grössen, die lediglich durch eine Zahl festgelegt sind, werden als *Skalare* bezeichnet (z.B. Temperatur, Zeit, elektrische Spannung, Energie).

An einem gemeinsamen Punkt angreifende Kräfte lassen sich vektoriell addieren.

$$\vec{r} = \vec{u} + \vec{v} + \dots + \vec{w}$$

Bekannt ist das Kräfteparallelogramm oder das Kräfteviereck.



Kräfteparallelogramm

Abb. 3
Resultierende Vektoren

Kräftepolygon

Bei der Vektoraddition verläuft der resultierende Vektor vom Anfang des ersten Vektors zum Ende des letzten Vektors. Bei der Vektordifferenz verläuft der resultierende Vektor vom Ende des letzten Vektors zum Ende des ersten Vektors.

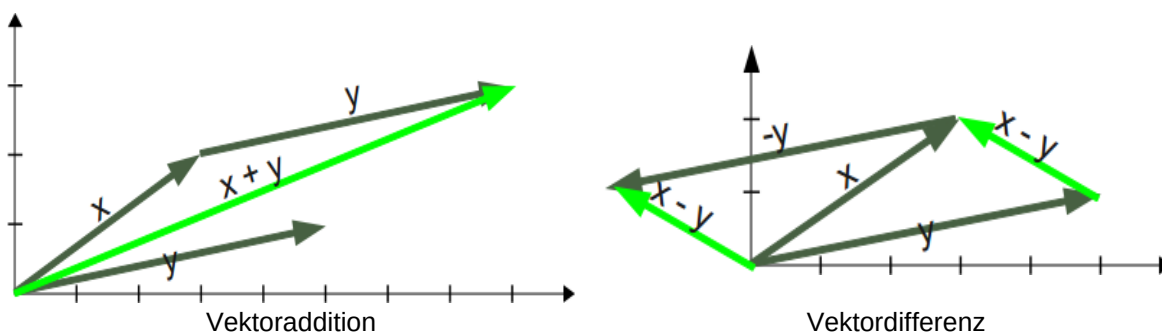


Abb. 4
Vektorsumme

2.1 Skalarprodukt

Als *Skalarprodukt* oder "inneres Produkt" bezeichnet man die Multiplikation zweier Vektoren, bei welcher ein Skalar resultiert.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$$

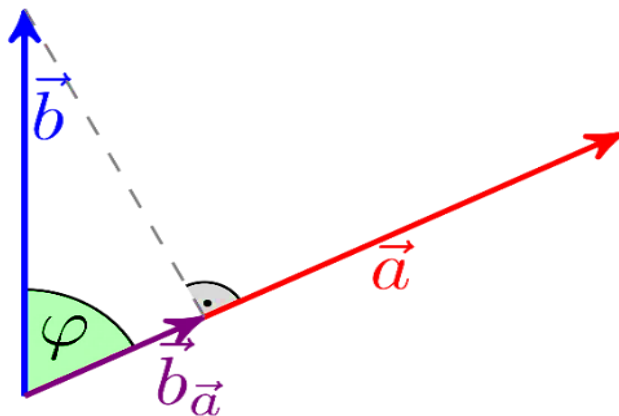
Aufgabe: Ein Wagen wird von Hand mit einem Seil gezogen. Zwischen dem Fahrweg und

dem Zugseil besteht ein Winkel von 30° . Die Zugkraft beträgt 500 N, der zurückgelegte Weg 100 m. Wie gross ist die erbrachte Arbeit?

Haben Kraft und Weg dieselbe Richtung, so ist die verrichtete Arbeit:

$$W = F \cdot s$$

Weil Kraft und Weg im Beispiel nicht dieselbe Richtung besitzen, wird die Kraftkomponente in Wegrichtung mit dem Weg multipliziert. Die Komponente entsteht durch Projektion des Kraftvektors auf die Wegrichtung und entspricht dem Kosinus des Winkels multipliziert mit dem Betrag des Kraftvektors.



Das Skalarprodukt zweier Vektoren im euklidischen Ortsraum hängt von der Länge der Vektoren und dem eingeschlossenen Winkel ab.

Abb. 5

Arbeit als Skalarprodukt aus Kraft mal Weg

Daraus resultiert das Skalarprodukt:

$$W = F \cdot s \cdot \cos \varphi$$

Die verrichtete Arbeit hat somit einen Betrag von 43'301 Nm resp. 43,3 kJ.

2.2 Vektorprodukt

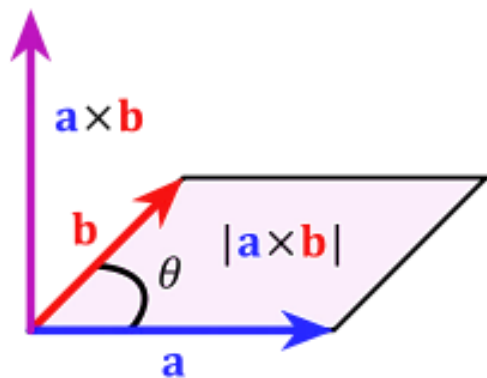
Als Vektor- oder Kreuzprodukt (auch "äusseres Produkt") bezeichnet man eine Verknüpfung im euklidischen Vektorraum, die zwei Vektoren wieder einen Vektor zuordnet.

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

In Komponentenschreibweise mit Spaltenvektoren:

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

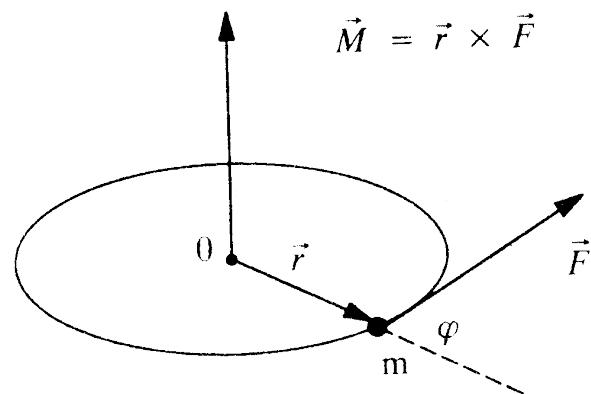
Wir finden das Vektorprodukt z.B. beim Drehmoment oder bei der Lorenzkraft.



Der resultierende Vektor $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ steht senkrecht auf der von a und b aufgespannten Ebene.

Der Flächeninhalt ist gleich dem Betrag $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|$.

Gemäss der "rechte Hand Regel" handelt es sich im Beispiel um ein Rechtssystem.



Das **Drehmoment** steht senkrecht auf der Kreisfläche.

Betrag des Drehmomentes:

$$M = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot \sin \varphi$$

Abb. 6
Vektorprodukt (Kreuzprodukt)

3 Kraft in der technischen Mechanik

3.1 Federkraft

Technische Federn gelangen vielerorts zur Anwendung, z.B. bei Türschliessern, Pneumatikzylindern, Federwaagen, Sicherheitsnadeln und Stossdämpfern.

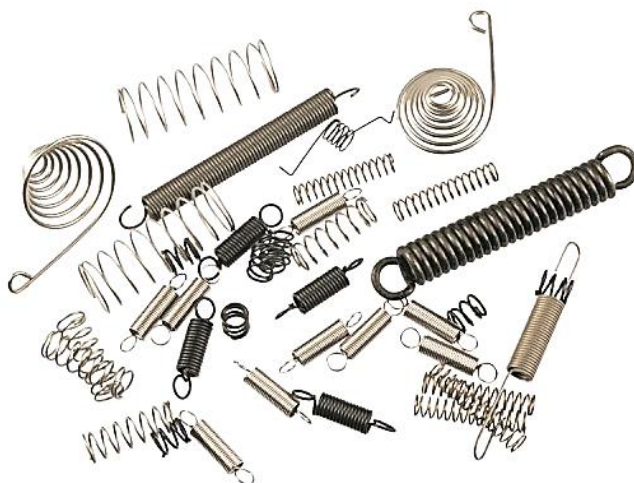


Abb. 7a
Sammelsurium technischer Federn

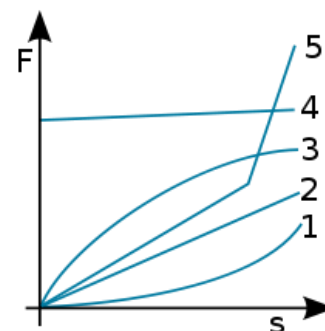


Abb. 7b
Federkennlinien
1 progressiv
2 linear
3 degressiv
4 sehr weich, vorgespannt
5 linear mit Knickstelle

Für bestimmte Anwendungen sind bei Federn nichtlineare Kennlinien erforderlich. Gummifedern z.B. haben eine progressive Kennlinie, beim "Knackfrosch" kommen Blattfedern mit geknicktem Verlauf zum Einsatz.

Schraubenfedern dagegen werden im "linearen Bereich" betrieben. Darunter versteht man

eine Auslenkung der Feder, die proportional zur aufgewandten Kraft ist und keine bleibende Verformung zur Folge hat.

$$F = D \cdot s$$

D ist die Federkonstante (Federhärte) in N/mm.

Die beim Spannen bzw. Entspannen umgesetzte Energie beträgt:

$$\int_0^s F(x) dx$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot F \cdot s^2$$

Aufgabe: Ein Masse von 2,5 kg wird an einer Federwaage befestigt. Die Federkonstante hat einen Wert von 4 N/mm. Wie gross ist die Ausdehnung der Feder?

Die Gewichtskraft der Masse beträgt:

$$F_G = m \cdot g = 2,5 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-1} = 24,53 \text{ N}$$

Die Federverlängerung beträgt:

$$s = \frac{F}{D} = \frac{24,53 \text{ N} \cdot \text{mm}}{4 \text{ N}} = 6,13 \text{ mm}$$

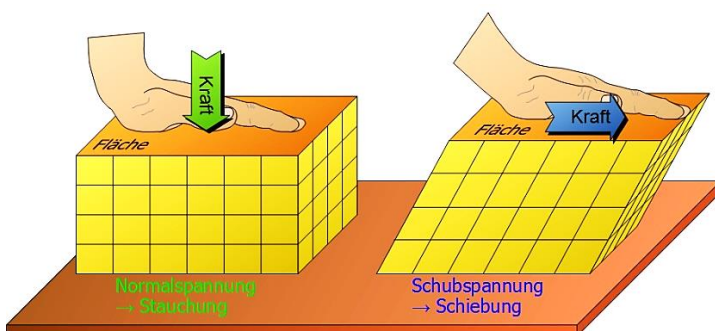
3.2 Spannung

a) Die *Normalspannung* steht senkrecht auf der Angriffsfläche.

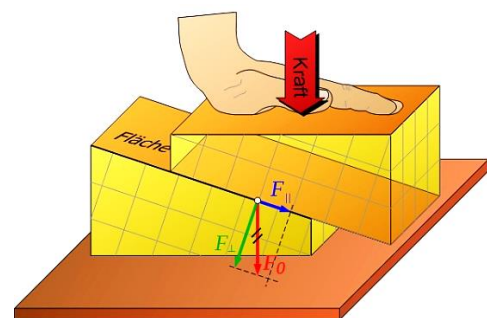
$$\sigma = \frac{F_{\perp}}{A}$$

b) Die *Schubspannung* (Scherkraft) verläuft parallel zur Fläche.

$$\tau = \frac{F_{\parallel}}{A}$$



Normalspannung und Schubspannung



Die Normalspannung induziert im Werkstoff eine Schubspannung

Abb. 8
Mechanische Spannung²

² <https://www.ahoefer.de/maschinenbau/werkstoffkunde/verformbarkeit-der-metalle/>

3.3 Zugfestigkeit

Unter der Zugfestigkeit eines Werkstoffes versteht man die maximale Spannung in N/mm^2 . Wird ein Bauteil darüber hinaus belastet, kommt es irgendwann zum Gewaltbruch.

Das *Spannungs-Dehnungs-Diagramm* zeigt uns den Verlauf eines Zugversuches.

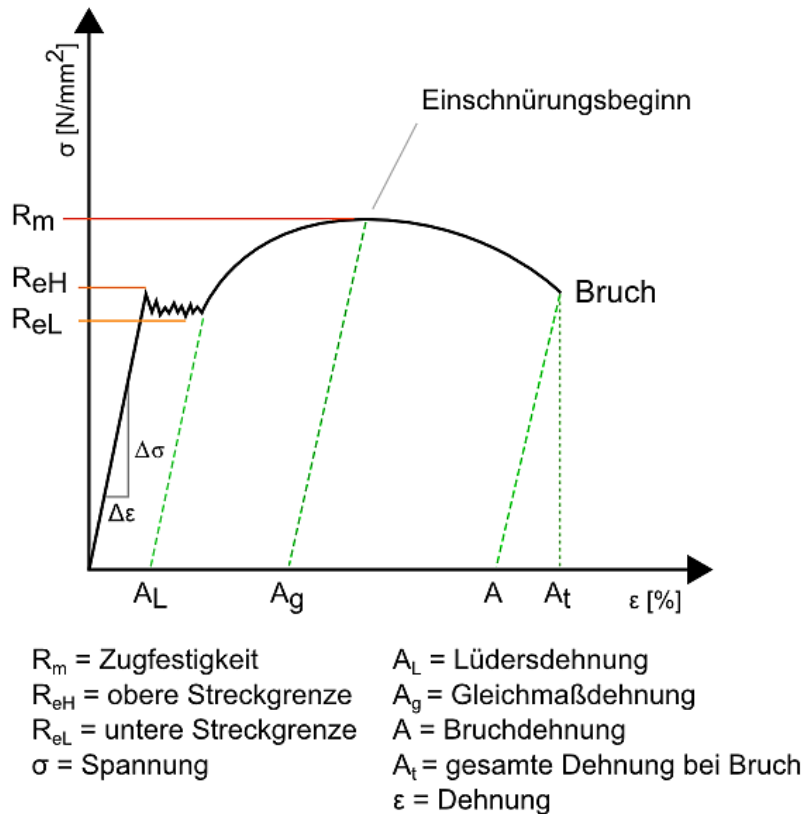


Abb. 9
Spannungs-Dehnungs-Diagramm

Bei Stählen und Schrauben ist die *Zugfestigkeit* ein wesentlicher Parameter zur Bestimmung des Einsatzbereiches. Baustähle haben eine Zugfestigkeit von 310 bis 690 N/mm^2 . Im Maschinenbau werden oft Schrauben der Festigkeitsklasse 8.8 mit einer Zugfestigkeit von 800 N/mm^2 verwendet.

Die *Streckgrenze* ist für den Konstrukteur von Bedeutung, weil sie Aufschluss darüber gibt, wie stark ein Bauteil belastet werden kann, bevor es sich plastisch zu verformen beginnt. Bis zur Streckgrenze ist die Verformung elastisch und somit reversibel.

Das *Hookesche Gesetz* beschreibt den Zusammenhang von Spannung und Dehnung im linear-elastischen Bereich. Hierbei gibt das *Elastizitätsmodul* nichts anderes als die Steigung der Hookeschen Geraden wider.

Spannung in N/mm^2

$$\sigma = \frac{F}{S_0}$$

Dehnung in %

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

F Zugkraft

S_0 Materialquerschnitt

L_0 Ausgangslänge

ΔL Längenänderung

Das E-Modul lässt sich aus den Werten des Zugversuchs ermitteln. Je grösser der Betrag, desto mehr Widerstand setzt ein Werkstoff seiner Verformung entgegen.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Vergleichbar mit der Federkonstanten ist auch das E-Modul ein Proportionalitätsfaktor.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

Je grösser der Betrag, desto steiler verläuft die Kennlinie.

E-Modul Werte einiger Stoffe bei 20 °C:

Werkstoff	E-Modul [kN/mm ²]
Ferritischer Stahl	210
Kupfer	100-130
Aluminium	70
Blei	19
Gold	78
Diamant	800
Glas	40-90
Beton	22-45
Holz	10-15

3.4 Kompression

Während sich Gase auf relativ einfache Weise komprimieren lassen, trifft dies auf Flüssigkeiten und Feststoffe nicht zu. Trotzdem gilt in der Festigkeitslehre grundsätzlich jeder Körper als kompressibel.

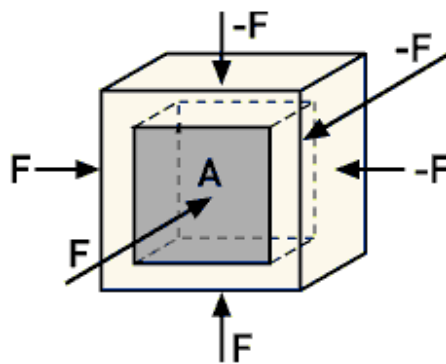


Abb. 10

Verformung durch äussere Kräfte³

In der Regel erfolgt bei Festkörpern lediglich eine elastische Verformung. Beim Nachlassen der einwirkenden Kraft nimmt der betreffende Körper erneut sein Ruhenvolumen ein. Es kann aber auch zu einer bleibenden Formveränderung (Zerbröseln von Gips) oder zu einer Strukturveränderung (Verdichtung eines metallischen Werkstoffes) kommen.

Das *Kompressionsmodul* (K) ermöglicht Aussagen darüber, welche allseitige Druckänderung nötig ist, um eine bestimmte Volumenänderung hervorzurufen (ohne dass dabei ein Phasenübergang stattfindet). Das negative Vorzeichen wurde gewählt, weil Druckzuwachs das Volumen verringert.

³ <https://elearning.physik.uni-frankfurt.de/>

$$K = -\frac{dp}{\frac{dV}{V}} = -\frac{dp \cdot V}{dV}$$

Als *Kompressibilität* bezeichnet man den Kehrwert des Kompressionsmoduls.

4 Reibung

4.1 Reibung als dissipative Grösse

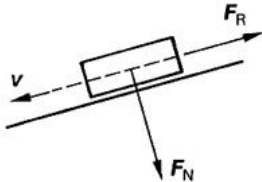
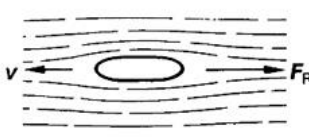
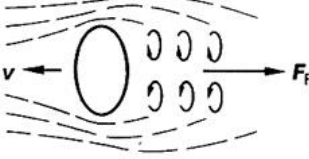
Ohne Reibung und bei Vernachlässigung der Gravitation würde sich ein einmal angestossener Körper mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegen. Im Kontext ist von einem idealen Inertialsystem die Rede, in dem keinerlei Verluste in Erscheinung treten. So etwas gibt es in der Natur nicht. Durch Reibung (Friktion) entsteht Wärme, die als Verlust anfällt.

$$W_{fric} = \oint \mu_k \cdot F_N(x) dx$$

μ_k ist der Gleitreibungskoeffizient, welcher innerhalb des Integrals mit dem Ort variieren kann (bspw. infolge Materialänderungen entlang des Pfades).

Obwohl bereits die Alten wussten, dass jeder sich selbst überlassene Körper früher oder später zum Stillstand gelangt, zogen sie aus dieser richtigen Beobachtung den falschen Schluss. Die Anhänger des Aristoteles waren davon überzeugt, dass auf einen bewegten Körper immerzu eine Kraft einwirken müsse. Erst Galilei vermochte 1'500 Jahre später auf empirischem Wege zu belegen, dass diese Ansicht irrig ist.

Prinzipiell unterscheiden Physiker drei Formen der Reibung:

	äußere Reibung Festkörperreibung	innere Reibung Flüssigkeitsreibung	turbulente Reibung Luftreibung
Reibungskraft			
Ansatz	$F_R = \mu F_N$	$F_R = d v$	$F_R = b v^2$
Proportionalitätsfaktor	μ : Reibungszahl μ ist unabhängig von der Kontaktfläche zwischen Körper und Unterlage; hängt ab von der Kontaktgeometrie und den Materialien von Körper und Unterlage.	d : Zähigkeitskoeffizient d hängt von der Form des Körpers und der Viskosität η der Flüssigkeit ab. Es wird laminare Strömung vorausgesetzt.	b : Luftreibungskoeffizient b hängt von der Anströmfläche und der Oberflächenbeschaffenheit des Körpers sowie von der Dichte und Art des strömenden Mediums ab.
Spezialfälle	μ_R : Rollreibung μ_G : Gleitreibung μ_H : Haftreibung	$d = 6 \pi \eta r$ laminare Umströmung einer Kugel vom Radius r in einem Medium mit der Zähigkeit η	$b = \frac{1}{2} c_W \varrho A$ Körper mit Anströmfläche A und dem Widerstandsbeiwert c_W im Medium der Dichte ϱ

► **Coulombsche Reibung** → Festkörperreibung (Haftreibung, Gleitreibung, Rollreibung).

► **Newtonsche Reibung** → Reibung zwischen einem Festkörper und einem Fluid bei turbulenter Strömung resp. grosser Geschwindigkeit. Ab einer kritischen Geschwindigkeit geht die laminare Strömung in eine turbulente über; dies führt dazu, dass der Strömungswiderstand quadratisch mit der Geschwindigkeit zunimmt.

► **Stokesche Reibung** (viskose Reibung) → Reibung zwischen einem Festkörper und einem Fluid bei laminarer Strömung resp. kleiner Geschwindigkeit. Bei kleinen Geschwindigkeiten ist die Reibung proportional zur Strömungsgeschwindigkeit.

Mit der Reibung in komplexen Flüssigkeiten (Treibsand, Ketchup, Blut usw.) befasst sich die Rheologie. Im Rahmen dieser Arbeit befassen wir uns nur mit Coulombscher Reibung.

4.2 Haft-, Gleit- und Rollreibung

Reibkräfte sind den bewegendenden Kräften entgegengerichtet und wirken stets parallel zur Kontaktfläche der sich berührenden Körper.

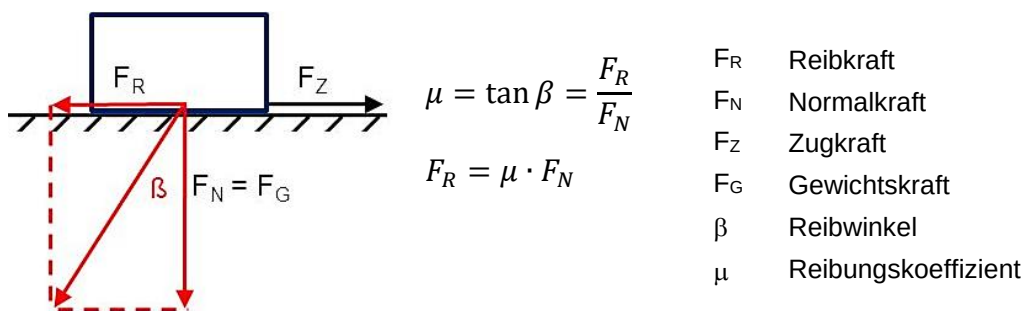


Abb. 11

Coulombsches Reibungsgesetz

Die Schwerkraft zieht den zunächst ruhenden Körper gegen die Unterlage, wodurch *Haftreibung* entsteht. Beim Anfahren aus dem Stillstand ist die Reibung am grössten. Ist der Körper erstmalig in Bewegung, wirkt nur noch die zwischen den Berührungsflächen vorhandene *Gleitreibung*.

Haftreibung:

$$F_H = \mu_0 \cdot F_N$$

Gleitreibung:

$$F_G = \mu \cdot F_N$$

F_N ist die Normalkraft, also diejenige Kraft, welche normal bzw. senkrecht auf der Kontaktfläche steht. Die einwirkende Kraft muss immer grösser als die Reibkraft sein, damit sich der Körper überhaupt bewegt. Ohne Zug- oder Schubkraft würde ein Körper bald zur Ruhe kommen. Ein Eisenbahnzug mit ausgeschaltetem Antrieb verlangsamt sich auf ebenem Gelände sukzessive bis zum Stillstand.

Die Gleitreibung kann reduziert werden, indem die Berührungsfläche zwischen Körper und Unterlage minimiert wird. Dies geschieht meist durch Rollen oder Räder. Im Kontext ist von *Rollreibung* die Rede. Eine weitere Möglichkeit zur Verminderung der Reibung besteht darin, den Reibungskoeffizienten durch einen Schmierfilm zu verringern.

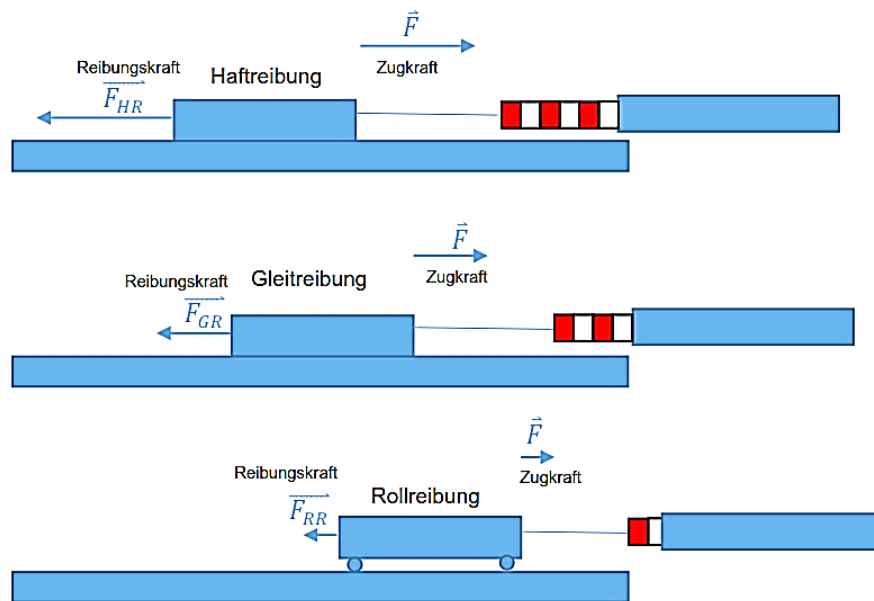
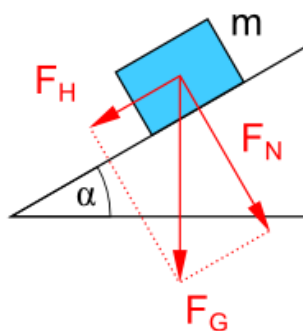


Abb. 12
Coulombsche Reibungsarten

4.3 Reibung auf der schiefen Ebene

Auf der schiefen Ebene wirken unterschiedliche Kräfte auf einen Massenkörper. Solange die Reibkraft grösser als die Hangabtriebskraft ist, bewegt sich der Körper nicht; ansonsten gerät er ins Rutschen.



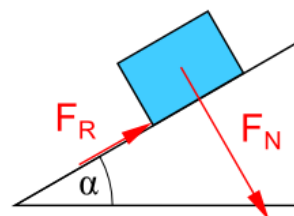
F_G Gewichtskraft
 F_H Hangabtriebskraft
 F_N Normalkraft
 m Masse
 g Erdbeschleunigung
 α Steigungswinkel

Abb. 13a
Kräfte auf der schiefen Ebene⁴

$$F_G = m \cdot g$$

$$F_H = F_G \cdot \sin(\alpha)$$

$$F_N = F_G \cdot \cos(\alpha)$$



F_R Reibkraft
 F_N Normalkraft
 μ Reibzahl

Abb. 13b
Reibung auf der schiefen Ebene⁵

Die Reibkraft wirkt der Hangabtriebskraft entgegen:

$$F_R = \mu \cdot F_N$$

Beispiel: Ein Würfel aus Baustahl mit der Masse 1 kg befindet sich auf einer schiefen Ebene aus Eichenholz. Bei welchem Neigungswinkel gerät der Würfel ins Rutschen?

⁴ <http://www.maschinenbau-wissen.de/skript3/mechanik/kinetik/>

⁵ Ebenda

Lösung:

$$F_R \leq F_H \rightarrow \mu_0 \cdot F_N = F_G \cdot \sin \alpha$$

$$\mu_0 \cdot F_G \cdot \cos \alpha = F_G \cdot \sin \alpha$$

$$\mu_0 = \frac{F_G \cdot \sin \alpha}{F_G \cdot \cos \alpha} \rightarrow \mu_0 = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$

μ_0 für Stahl auf Holz $\approx 0,5 \dots 0,6$; $\arctan 0,6 = 31^\circ$

Der Würfel beginnt bei einem Winkel von $\geq 31^\circ$ zu rutschen.

Reibkräfte sind ausser der einwirkenden Normalkraft nur noch von der Beschaffenheit der aneinander berührenden Flächen abhängig. Je glatter eine Werkstoffoberfläche ist, desto geringer ist auch der Reibungskoeffizient. Ingenieure sind deshalb bemüht, die Reibung möglichst zu reduzieren. In der Tribologie verwendet man dazu Hilfsstoffe wie Fette und Öle, um die Reibung herabzusetzen.

Reibungszahlen werden empirisch, d.h. im Versuch ermittelt, und sind lediglich als Richtwerte zu verstehen.

Haftreibungszahlen μ_0 (bei 20 °C):

Materialpaarung		trocken	wenig fettig
Bronze auf	Bronze	0,18	
	Grauguss	0,56	
	Stahl	0,19	
Grauguss auf	Eiche		
	Grauguss		0,20
Stahl auf	Bronze	0,19	
	Eis	0,027	
	Grauguss	0,19	
	Stahl	0,15	0,13
	Aluminium	0,19	
Eiche auf	Eiche	0,58	
	Messing	0,62	
	Hanfseil	0,5	

5 Mechanische Vorrichtungen und Geräte

In diesem Kapitel soll der Blick auf einfache Anwendungen der technischen Mechanik ausgerichtet werden.

5.1 Der Flaschenzug

Es gibt unterschiedliche Flaschenzüge wie Faktorenflaschenzug, Potenzflaschenzug und Differentialflaschenzug. Prinzipiell besteht ein Flaschenzug aus festen und losen Rollen und einem Seil. Der Name leitet sich von den Halterungen der Rollen ab, die als "Flaschen" bezeichnet wurden.

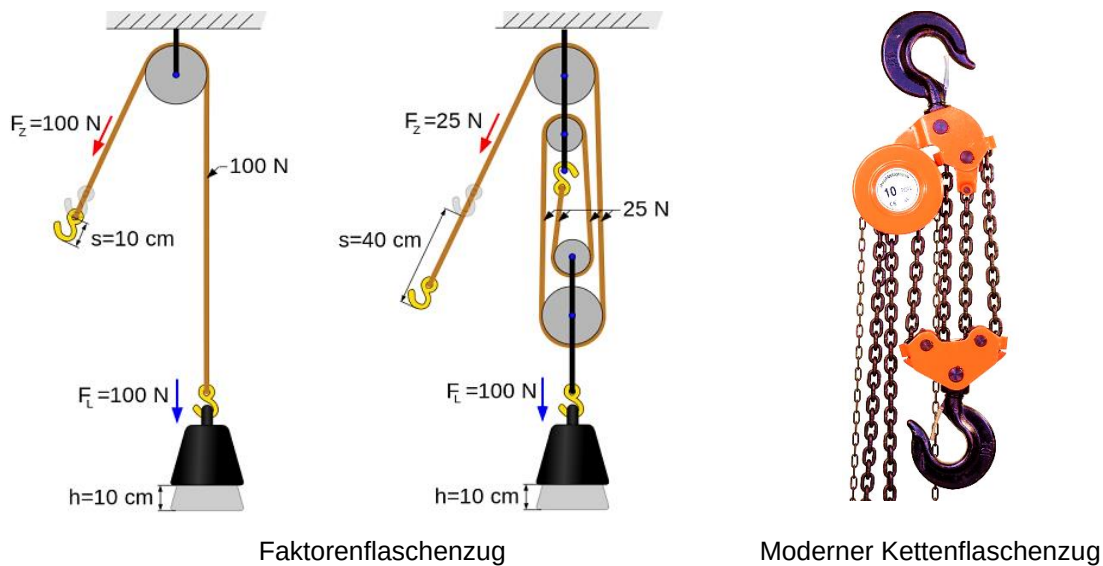


Abb. 14
Flaschenzüge

Auch hier die "goldene Regel der Mechanik": Was an Kraft eingespart wird, muss an Weg zunehmen. Ein Drittel an Kraft bspw. bedeutet also ein dreifacher Weg usw.

5.1.1 Faktorenflaschenzug

Dieser aus der Schulphysik bekannte Flaschenzug besteht aus festen und losen Rollen, durch welche das Zugseil durchläuft.

Entscheidend für die Zugkraft (F_Z) ist die Anzahl (n) der Seilstücke, auf welche sich die Last (F_L) verteilt.

$$F_Z = \frac{F_L}{n} = \frac{mg}{n}$$

5.1.2 Potenzenflaschenzug

Bei dieser Variante ist die Anordnung der Rollen eine andere. Die Wirkung potenziert sich mit der Anzahl (n) der losen Rollen.

$$F_Z = \frac{F_L}{2^n}$$

5.1.3 Differentialflaschenzug

Dieser Flaschenzug besteht aus zwei festen Rollen von unterschiedlichem Radius (R, r), die sich auf einer gemeinsamen Achse befinden, und einer losen Rolle. Ein grosser Vorteil bei diesem Typus ist die Materialersparnis, ein Nachteil die grössere Seilabnutzung.

$$F_Z = \frac{F_L}{2} \cdot \frac{R - r}{R}$$

5.2 Zahnradgetriebe

Greifen zwei ansonsten identische Zahnräder, deren Zähnezahl (z_1, z_2) verschieden ist, ineinander, so entsteht eine Drehzahlübersetzung, die als Strinradgetriebe bekannt ist.

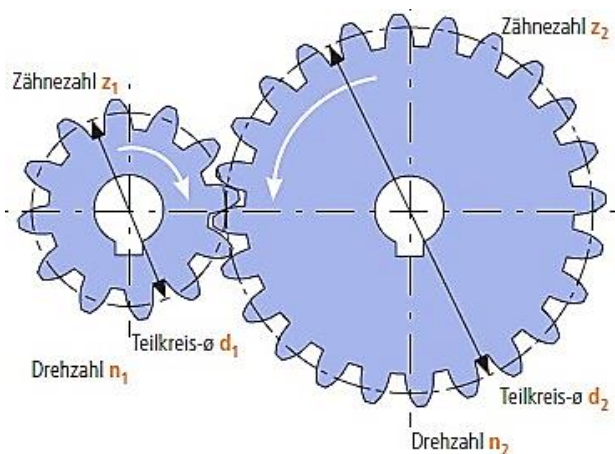


Abb. 15

Prinzip einer Zahnradübersetzung

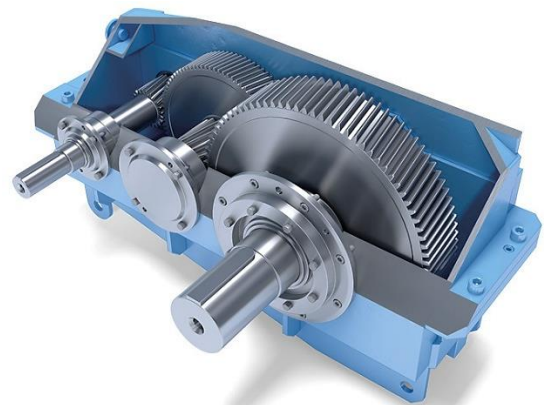


Abb. 16

Strinradgetriebe

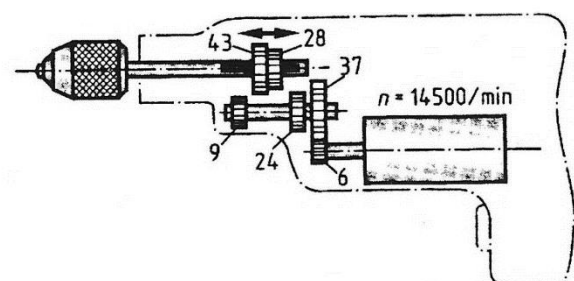
Das Übersetzungsverhältnis (i) beträgt:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

Fazit: Die Zähne verhalten sich gegenüber den Drehzahlen umgekehrt proportional.

Beispiel: Die höhere Drehzahl (Stufe 2) bei einer elektrischen Handbohrmaschine beträgt 2'017 RPM.

Bestimme die Drehzahl der kleineren Stufe.⁶



⁶ RPM = Revolutions per Minute (Umdrehung/Minute); eine angelsächsische Einheit für die Drehzahl.
1 rpm = 60 s⁻¹

Lösung:

Wir benennen zunächst die Drehzahlen mit den korrespondierenden Zahnrädern.

$$n_1 = 14'500 \text{ RPM}, z_1 = 6$$

$$n_2 = ?, z_2 = 37$$

$$n_3 = n_2, z_3 = 9$$

$$n_4 = ?, z_4 = 43$$

Gemäss einschlägiger Formel berechnet sich n_2 :

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} \rightarrow n_2 = \frac{14'500 \cdot 6}{37} = 2'351 \text{ RPM}$$

Weil $n_3 = n_2$ folgt für n_4 :

$$\frac{n_3}{n_4} = \frac{z_4}{z_3} \rightarrow n_4 = \frac{2'351 \cdot 9}{43} = 492 \text{ RPM}$$

Auf Stufe 1 dreht sich das Bohrfutter mit 492 Umdrehungen pro Minute.

6 Fluidik

Als Fluidik bezeichnet man eine wissenschaftliche Disziplin, die sich mit flüssigen und gasförmigen Stoffen und deren technischen Anwendungen befasst.

Druck, Kraft und Volumenstrom sind einige der im Kontext relevanten Grössen.

Als Druck bezeichnet man die pro Flächeneinheit wirksame Kraft.

$$p = \frac{F}{A}$$

SI-Einheit ist N/m^2 ; $1\text{N/m}^2 = 1 \text{ Pascal (Pa)}$

In der Technik wird meist in Bar (bar) gerechnet.

$$1 \text{ bar} = 1'000 \text{ mbar} = 10^5 \text{ Pa}$$

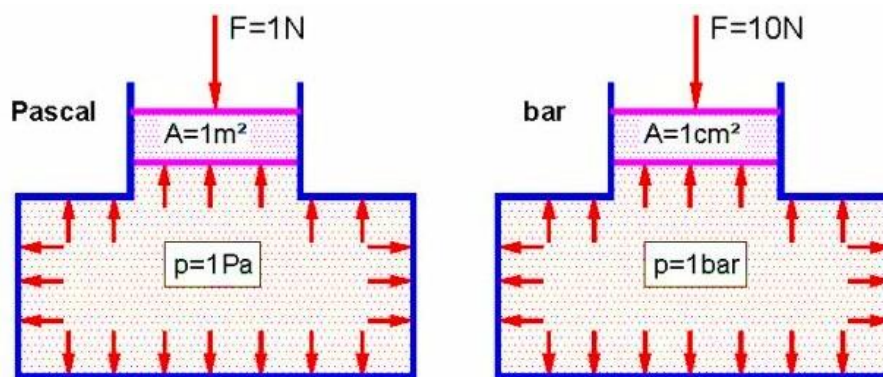


Abb. 17
Pascalsches Gesetz⁷

⁷ <http://www.hbs-troeller.de>

Der *hydrostatische Druck* einer Wassersäule berechnet sich:

$$p = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{A \cdot h \cdot \rho \cdot g}{A} = h \cdot \rho \cdot g$$

Der Volumenstrom ist das pro Zeiteinheit durch einen Rohrquerschnitt strömende Volumen eines Stoffes.

$$\dot{V} = \frac{V}{t}$$

Der Punkt über dem Symbol drückt aus, dass es sich um die erste zeitliche Ableitung einer physikalischen Grösse handelt.

Beispiel: Durch einen Lüftungskanal mit rechteckigem Querschnitt (50 cm x 30 cm) strömt Frischluft. Die Strömungsgeschwindigkeit beträgt 8 m/s. Wie gross ist der Volumenstrom?

$$\dot{V} = \frac{V}{t} = A \cdot v = 0,5 \text{ m} \cdot 0,3 \text{ m} \cdot 8 \text{ ms}^{-1} = 1,2 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

6.1 Pneumatik

Die Pneumatik befasst sich mit den technischen Aspekten der (Druck)-Luft.⁸ Mittels Druckluft lassen sich Zylinder bewegen, Ventile steuern oder Motoren antreiben.



Abb. 18a
Pneumatikzylinder mit Kolbenstange



Abb. 18b
Druckluftmotor

Beispiel: Gegeben sei ein Druckluftzylinder mit einem Kolbendurchmesser von 40 mm. Der Luftdruck beträgt 6 bar. Wie gross ist die von der Kolbenstange ausgeübte Kraft?

$$F = p \cdot A = 6 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2} \cdot (0,040 \text{ m})^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 753,6 \text{ N}$$

6.2 Hydraulik

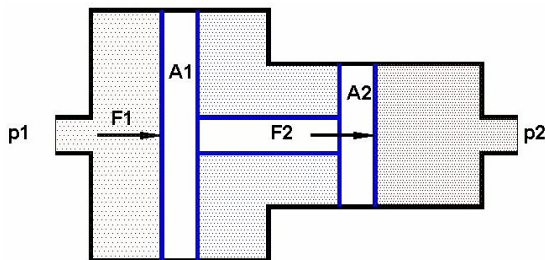
Die Hydraulik befasst sich mit technisch nutzbaren Flüssigkeiten, darunter Wasser und Ölen.⁹ Im Maschinenbau ist im Kontext von Ölhydraulik die Rede.

Mittels unter Druck stehender Mineralöle und geeigneten Bauteilen (Ventile, Zylinder, Schläuche usw.) lassen sich Druck- und Kraftübersetzer bauen.

⁸ Pneumatik von griech. πνεῦμα = Hauch, Wind.

⁹ Hydraulik von ὕδωρ = Wasser und αὐλός = Rohr.

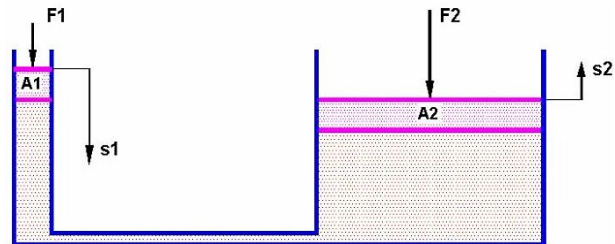
Auch in der Hydraulik gilt die goldene Regel der Mechanik: Was an Kraft eingespart wird, geht zulasten des Weges und umgekehrt.



$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{A_2}{A_1}$$

Abb. 19a

Hydraulische Druckübersetzung¹⁰



$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{s_2}{s_1}$$

Abb. 19b

Hydraulische Kraftübersetzung¹¹

Beispiel: Gegeben sei eine Hydraulische Presse (Abb. 20).

Wird der Pumpkolben (2) nach unten gedrückt, schließt Ventil Y1 (4) und Ventil Y2 (5) öffnet. Es strömt Hydrauliköl in den Presszylinder und der Presskolben (3) hebt sich. Wird der Pumpkolben nach oben bewegt, öffnet Ventil Y1 und Ventil Y2 schließt. Aus dem Vorratsbehälter (1) kann Hydrauliköl nachfließen.

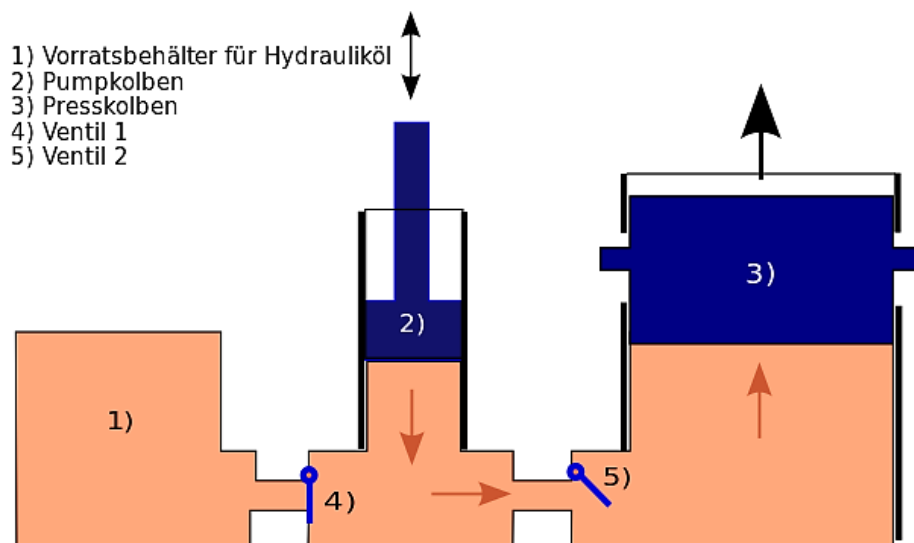


Abb. 20

Prinzipzeichnung einer Hydraulikpresse¹²

a) Berechne die auf den Presszylinder wirkende Kraft, wenn auf den Pumpkolben mit einer Fläche von 0,5 cm² eine Kraft von 100 N ausgeübt wird. Der Presskolben besitzt eine Fläche von 40 cm².

¹⁰ <http://www.hbs-troeller.de>

¹¹ Ebenda

¹² <https://de.wikipedia.org/wiki/Hydraulik>

b) Wie gross ist die investierte Energie?

Lösung:

$$\text{a) } \frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2} \rightarrow F_2 = \frac{F_1 \cdot A_2}{A_1} = \frac{100 \text{ N} \cdot 40 \text{ cm}^2}{0,5 \text{ cm}^2} = \underline{8'000 \text{ N}}$$

Damit lassen sich 800 kg hochheben. Um den Presskolben gegen diese Last um einen Zentimeter nach oben zu drücken, muss ein Volumen von 40 cm^3 bewegt werden, wozu mehrere Pumphübe von zusammen 80 cm notwendig sind.

$$\text{b) } E = p \cdot V = \frac{8'000 \text{ N} \cdot 0,00004 \text{ m}^3}{0,004 \text{ m}^2} = \underline{80 \text{ J}}$$

Der Energieumsatz beträgt 80 Joule ($1 \text{ J} = 1 \text{ Ws} = 1 \text{ Nm}$).

7 Fachliteratur

Alfred Böge et al: Technische Mechanik (Vieweg)

Ewald Bach et al: Technische Physik (Europa Lehrmittel)

Heinz Rapp: Mathematik für die Fachschule Technik (Springer Vieweg)